

VISUALIZAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS RELAÇÕES¹

²Alessandra Hendi dos Santos

³Márcia Ines Schabarum Mikuska

RESUMO

A presente pesquisa tem por objetivo refletir sobre a visualização evidenciando as compreensões em relação a visão, percepção e representação, rompendo com algumas ambiguidades referente ao termo. O percurso metodológico desenhado para esse estudo se fundamenta na abordagem qualitativa, de natureza exploratória, na qual propõe-se buscar o que há de característico e particular na situação analisada. Para compreender a visualização e suas possibilidades no ensino e aprendizagem de matemática, propomos abordar as concepções que estão relacionadas e ocasionalmente são tidas como sinônimos à visualização. Desta forma pretendemos, além de estudar cada concepção separadamente, refletir sobre a maneira com a qual eles se relacionam. Diante disso, a questão que norteia essa pesquisa é: quais as possíveis relações entre a visualização, visão, percepção e representação na aprendizagem matemática? Consideramos a visualização como uma forma de pensamento, de raciocínio, de concretizar o abstrato e, principalmente, uma forma de fazer matemática, alimentando a intuição e a imaginação. Assim, compreendemos que a correspondência entre essas concepções se desenvolve em torno da atividade matemática, na interpretação do que é visto, na descoberta de novas relações, na representação do que não está ao alcance dos olhos e na concretização dessa atividade matemática.

Palavras-chave: Visualização. Educação Matemática. Aprendizagem.

ABSTRACT

This research aims to reflect on the visualization, highlighting the understandings in relation to vision, perception, and representation, breaking through some ambiguities concerning the term. The methodological path designed for this study is based on the qualitative approach, of exploratory nature, in which we propose to seek what is characteristic and particular in the analyzed situation. To understand the visualization and its possibilities in the teaching and learning of mathematics, we propose to approach the

¹Estudo apresentado no XIII Encontro Nacional de Educação Matemática - Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula.

²Doutora em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (PCM-UEM). Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática (PPGECM-UFPR). Especialista em Educação Matemática pelo Instituto de Formação e Gestão Educacional (IFGE-UNISANTA). Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Paraná.

³Doutorado em andamento em Metodologia para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias, pela UNOPAR (início em 2020), Mestre em Métodos Numéricos em Engenharia, linha de formação em Programação Matemática, com pesquisa em otimização de grade horária escolar, pela Universidade Federal do Paraná (UFPR - 2015). Especialista em Educação Matemática pela Universidade de Santa Cecília (2012). Graduação em Licenciatura em Matemática pela UFPR (2011).

conceptions that are related and occasionally considered synonymous to visualization. In this way we intend, besides studying each conception separately, to reflect on the way in which they relate to each other. Given this, the question that guides this research is: what are the possible relationships between visualization, vision, perception, and representation in mathematical learning? We consider visualization as a way of thinking, of reasoning, of concretizing the abstract and, mainly, a way of doing mathematics, feeding intuition and imagination. Thus, we understand that the correspondence between these conceptions is developed around the mathematical activity, in the interpretation of what is seen, in the discovery of new relations, in the representation of what is not within the reach of the eyes, and in the concretization of this mathematical activity.

Keywords: Visualization. Mathematics Education. Learning.

INTRODUÇÃO

Quando falamos de matemática ou questionamos o que é a matemática, ouvimos sentenças como: matemática é exata, em matemática a resposta é certa ou errada, só aprende matemática quem tem um “dom”, trata-se de uma matéria de cálculos, regras e fórmulas, etc. Essa seria uma visão reducionista, visto que a matemática se desenvolve em torno da criatividade, imaginação, intuição, visualização entre outras habilidades. De acordo com Cifuentes, em sua publicação intitulada *Dos conteúdos de ensino à dinâmica do conhecimento: uma aventura pedagógica na “Floresta Matemática”*, “Enxergar a Floresta Matemática exige colocarmo-nos num nível superior de reflexão, o que significa observar não somente as ideias senão a movimentação das ideias, a dinâmica do conhecimento” (CIFUENTES, 2016, p. 50).

Pensar que a matemática se reduz a fórmulas, técnicas, algoritmos e demonstrações é como ir a um museu de arte e apreciar apenas as molduras dos quadros e não os próprios quadros, eles trazem a paisagem da floresta matemática cuja percepção envolve faculdades como a intuição e a imaginação (CIFUENTES, 2016, p. 51).

Desta maneira, enxergar apenas as regras ou os cálculos seria como analisar somente a moldura, sem vislumbrar toda a movimentação e beleza matemática que está incutida por detrás de todo emaranhado de números e operações. Uma analogia feita por Boaler (2018), aponta que a matemática tomada por esse olhar reducionista se assemelha a uma bicicleta desmontada, em que o objetivo é que os alunos lustrem a porção de porcas e parafusos durante o ano, quando a real expectativa deveria ser que os alunos montem as bicicletas

e pedalem livremente, “experimentando o prazer da matemática, a alegria de estabelecer conexões, a euforia do verdadeiro pensamento matemático” (p. 30).

Para desmistificar a ideia de senso comum que na matemática é uma via de mão única, precisamos instigar os estudantes a pensar de maneira ampla, visualizar o todo, criar conexões, fazer analogias, estimular uma busca por sentido e compreensão e, principalmente, pensar matematicamente.

Um caminho possível para promover essa forma de pensar e fazer matemática se fundamenta no desenvolvimento de habilidades como intuição, imaginação, pensamento criativo, visualização, entre outras. Talvez, o leitor possa entender como audacioso o uso do termo “habilidade”, mas a compreensão que realizamos sobre o termo distancia-se de uma aptidão inata, ao contrário, entendemos como algo em que se pode desenvolver, como por exemplo habilidade em fazer analogias, estabelecer generalizações e potencializar a criatividade.

O pensamento criativo perpassa pela fluência, flexibilidade e originalidade. A fluência se caracteriza pelas diferentes soluções apresentadas para uma mesma problemática, o que rompe com a ideia de que existe apenas uma forma de resolução. A flexibilidade se qualifica quando o estudante consegue perceber, dentre as diferentes soluções desenvolvidas, a que melhor se encaixa para o problema proposto. E a originalidade se faz presente quando o estudante desenvolve soluções originais, com estratégias diferenciadas, dentre o grupo ou classe que ele está inserido (Vale, 2015). Porém, essas categorizações relacionadas a criatividade se estabelecem pela intuição, imaginação e visualização.

A intuição e a imaginação estão ligadas a criação e a descoberta, dando acesso ao objeto matemático bem como o movimento de tal objeto. De acordo com Gusmão:

A imaginação ligada à invenção, como já dito, permite criar algo novo, sendo, portanto, um ato livre. Nessa medida, as suas escolhas requerem o concurso da intuição. Uma das finalidades da intuição é a elaboração de “conjecturas” (que requerem uma demonstração posterior. (GUSMÃO, 2018 p. 33).

A elaboração de conjecturas por meio da intuição pode nos levar à verdade matemática, que por si só não garante uma demonstração, na qual se faz necessária via argumentos lógicos. A criação pela imaginação pode se desenvolver pelas relações entre os objetos, por meio de analogias, partindo do conhecido para chegar ao desconhecido. “No caso da hiperesfera e do hiper-cubo,

seu processo construtivo consiste em selecionar algumas poucas propriedades dos objetos de duas ou três dimensões para usá-las como ponto de partida para uma definição que generalize esses objetos” (GUSMÃO, 2018, p. 127).

O que desperta a realização da presente pesquisa é o desenvolvimento do pensamento matemático pelos estudantes, sendo a visualização o caminho escolhido para instigar e florescer tal pensamento. Portanto, o objetivo desse estudo é refletir sobre a visualização evidenciando as compreensões em relação a visão, percepção e representação, rompendo com algumas ambiguidades referente ao termo, sendo a questão norteadora: quais as possíveis relações entre a visualização, visão, percepção e representação na aprendizagem matemática?

O termo visualização pode ser encontrado na literatura em diferentes contextos, mas faz-se importante colocar o que se entende por visualização no contexto da aprendizagem matemática. Para isso, vamos primeiramente distinguir a visualização de alguns termos que podem ser vistos equivocadamente como sinônimos, tais como: visão, percepção e representação. Na sequência, vamos apresentar algumas concepções de visualização, bem como nossa compreensão sobre o termo.

VISÃO

O conceito de visão está atrelado a algo que se vê, pronto, acabado. Podemos pensar na visão pelas lentes da biologia, sendo o sistema visual composto pelos olhos e pelos nervos, e as estruturas acessórias: pálpebras, supercílios, músculos e aparelho lacrimal. A visão funciona através do processamento de dados recebidos pelo encéfalo, por intermédio dos receptores sensoriais ativados pela luz⁴ Podemos também observar o conceito de visão pelas lentes da física, que descreve o globo ocular como o conjunto que compõe a visão humana. A luz incide na córnea e converge até a retina, formando as imagens⁵ Nas lentes da química, o processo químico da visão estabelece a correlação entre o processamento físico da aquisição da luminosidade e a ação biológica da sensação. Ocorre quando a luz atinge a retina, que possui os fotorreceptores (cones e bastonetes) e proteínas denominadas de opsinas – moléculas cha-

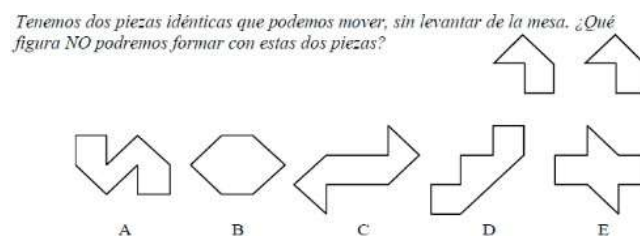
⁴<https://www.infoescola.com/anatomia-humana/visao/>

⁵<https://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Instrumentosoticos/olhohumano.php>

madras de 11-cis-retinal constituem a sua estrutura –, o que provoca alterações químicas fundamentais⁶.

Ao se tratar da visão pelas lentes da matemática, pensamos nas imagens visuais, mas que não se reduz a um olhar estático e sim um olhar que envolve o movimento, o alcance do que é visto, que caminha pelos detalhes e traz consigo algumas pré concepções.

Figura 1 - Tarefa proposta (Fonte: Blanco, 2014).



A tarefa proposta da figura 1, requer a movimentação da imagem, trazendo as concepções de translação, rotação, reflexão, simetria, entre outras. Porém, mesmo demandando uma gama de elementos e conceitos para resolução, tratamos de uma imagem, atrelada ao que se vê, reconfigurando ou não, está intrínseca a visão.

De acordo com Duval, a visão envolve duas funções cognitivas essenciais: função epistemológica e função sinóptica. A primeira refere-se no acesso direto ao que se vê, “nesse sentido, a visão é o oposto da representação, mesmo das “imagens mentais”, porque a representação é algo que está ao invés de outra coisa (Peirce)”, Duval (1999, p.12), a segunda consiste em uma apreensão completa de qualquer objeto ou situação, “nesse sentido, a visão é o oposto do discurso, de dedução, o que requer uma sequência de focar atos em uma série de declarações” Duval (1999, p.12).

A visão pode trazer um mundo de descobertas, conflitos e interrogações, seria mais do que o “olhar instantâneo”, porém não contempla o que levou a constituição da imagem, visualizar implicaria mais do que apenas ver, implica em buscar por compreensões e sínteses. Quando a visualização é entendida somente como algo que é “visto”, pode acontecer uma extensão abusiva das

⁶<https://www.infoescola.com/anatomia-humana/visao/>

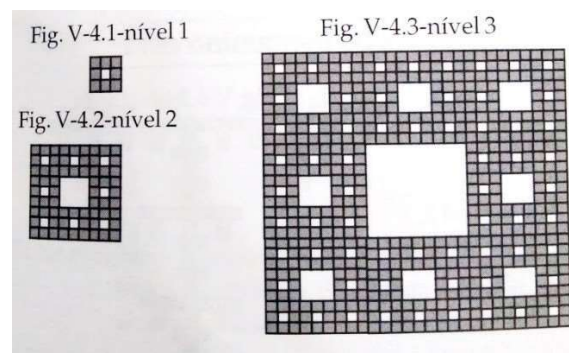
imagens, caminhando assim para a generalização errônea.

Tais considerações sobre a visão em suas diferentes conotações e contextos, nos remete a uma reflexão sobre os obstáculos epistemológicos tratados por Bachelard, especificamente o obstáculo da experiência primeira. De acordo com o autor:

A primeira experiência, ou, para se mais exato, a observação primeira é sempre um obstáculo inicial para a cultura científica. De fato, se essa observação primeira se apresenta repleta de imagens; é pitoresca, concreta, natural, fácil. Basta descrevê-la para se ficar encantado. Parece que compreendemos. (BACHELARD, 1996 p. 25).

Não obstante, a imagem provocada por uma visão primeira não oferece um “desenho” de seus elementos, tão pouco uma verdade absoluta, pois carece de apreensão e reflexão conceitual do que é visto. Um exemplo de sala de aula que elucida essa situação é a apresentação da imagem de um determinado fractal (figura 2), sem explorar suas estruturas e particularidades, mesmo sendo tomados pela apreciação da imagem, essa ação seria apenas a de ver.

Figura 2 - Carpete de Sierpinski



Fonte: Barbosa (2002).

PERCEPÇÃO

Para um entendimento filosófico e epistemológico do termo percepção, nos debruçamos na leitura do texto: Percepção e Imaginação, de Sílvia Faustino de Assis Saes, em que compreende a percepção pelo olhar de vários filósofos, como Aristóteles, Descartes, Hume e Kant.

A percepção, para Aristóteles, é um modo de contato entre o conheci-

mento e a realidade, que por sua vez é procedente dos cinco sentidos: visão, audição, olfato, tato e paladar. “No ato de perceber, há uma articulação entre os objetos sensíveis (cores, sons, cheiros etc.) e as partes do corpo capazes de percebê-los (olhos, ouvidos, nariz etc.)” (SAES, 2010, p. 11). Os sensíveis são classificados em os que são percebidos “por si mesmos” e os sensíveis por acidentes, como por exemplo uma pessoa que é reconhecida pela cor da roupa. Apenas os sensíveis percebidos por si mesmos são considerados objetos genuínos da percepção, segundo Aristóteles.

Para Descartes, a percepção não se refere as atividades do sentido, mas do intelecto e da mente. Perceber é um ato de pensar, dessa maneira:

Na linguagem de Descartes, em vez de dizer que “vejo uma cor”, o correto seria dizer que “penso que vejo uma cor”, pois não basta o corpo ser afetado em seus órgãos. É preciso, além disso, que eu tenha a consciência de que ele foi afetado. Sentir implica, portanto, a consciência de sentir (SAES, 2010, p. 17).

Hume considera por percepções todos os conteúdos da mente humana, classificando por impressões (percepções mais fortes e vividas) e pensamentos (percepções mais tênues).

As percepções simples são aquelas não admitem nem distinção nem separação; as complexas são aquelas que podem ser distinguidas e separadas em partes. A visão de uma superfície colorida, por exemplo, não pode ser dividida; portanto, é uma percepção simples. Na percepção de uma maçã, porém, já se podem distinguir as percepções simples de suas qualidades, tais como a cor, o sabor, o aroma etc. (SAES, 2010, p. 21).

Kant considera a percepção como um estado da consciência, em que há simultaneamente a sensação. Essa sensação é a matéria da percepção, em que se faz necessária formas de recepção dessa matéria. “Ora, essas formas não estão nos objetos percebidos, mas na consciência do sujeito que percebe. Essas formas são o espaço e o tempo, que estruturam e organizam os dados brutos e dispersos das sensações” (SAES, 2010, p. 24). Grosso modo, pode-se dizer que Kant não aceita nem a subordinação do sensível ao intelectual, como vimos em Descartes, nem a subordinação do intelectual ao sensível, como vimos em Hume. (SAES, 2010, p. 27).

Para Merleau-Ponty, a percepção é dada sempre num horizonte de sentido e não isoladamente, sendo um acesso originário do mundo. Dessa forma,

recusa a percepção meramente por estímulos externos, tal como a percepção mediante operações intelectuais. Para ele, o empobrecimento da noção de percepção se deve a ênfase sobre o objeto, “com a análise lógica da percepção, diz o filósofo, deixou-se escapar o próprio fenômeno da percepção” (SAES, 2010, p. 30). Por exemplo, a percepção figura-fundo da Gestalt (figura 3), aborda a clássica ilusão “faces ou vasos”. Para Merleau-Ponty, o que vemos depende da perspectiva com a qual consideramos as formas e elementos da figura. Não se trata nem de uma recepção meramente passiva dos traços, nem de uma interpretação que liga dados isolados e que se acrescenta a eles, pois, quando percebemos a figura ora de um jeito, ora de outro, não projetamos nela nada que já não esteja lá, desde o início. (SAES, 2010, p. 32).

Figura 3 - Vaso Rubin (Fonte: Saes, 2010).

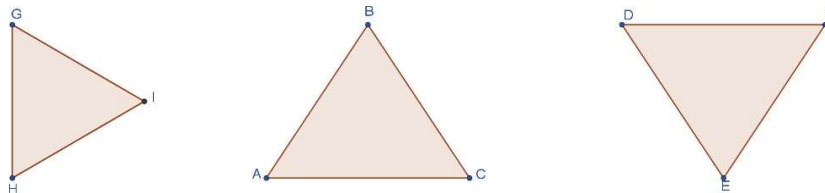


Em se tratando da percepção visual, a visão proporciona o acesso direto ao objeto, a percepção proporciona o reconhecimento e organização de objeto no espaço em que ele está inserido, possibilitando a apreensão de suas propriedades. De acordo com Duval (1999), a percepção visual não dá uma apreensão completa do objeto, por isso precisa de uma exploração através de movimentos físicos.

Na verdade, a percepção visual funciona de forma muito imperfeita a função sinóptica. Em primeiro lugar, porque estamos dentro de um mundo tridimensional: apenas um lado das coisas pode ser visto, e apreensão completa requer movimento, seja de quem está olhando para ele ou do que é visto. Em qualquer caso, este movimento é uma transformação do conteúdo percebido: temos apenas uma justaposição de vistas sucessivas que podem ser de frente, de perfil, de cima ... Em segundo lugar, porque a percepção visual focaliza sempre em uma parte específica do campo e pode saltar de um lado para outro. *Não há percepção visual sem tal exploração.* (DUVAL, 1999 p. 12, grifo das autoras).

Compreender a percepção como um contato entre o conhecimento e a realidade, faz-se importante a exploração apontada por Duval (1999, 2003, 2012). Por exemplo, os estudantes tendem a concretizar os triângulos isósceles quando suas bases são horizontais. Quando argumentamos que um lado do triângulo é uma base, estamos fazendo referência ao mundo real. Da mesma forma, se dissermos que um triângulo que está apoiado no vértice vai cair (figura 4), estamos novamente fazendo referência ao mundo real-físico, ele pode cair pela ação da gravidade, pela posição em que está, etc. Tender a cair não é uma propriedade do triângulo, é uma propriedade do triângulo por estar neste local e nesta posição.

Figura 4 - Triângulos em diferentes posições (Fonte: Autoras)



Portanto, diante os diversas concepções e interpretações sobre a percepção, um fato que fica nítido em todas elas, é a diferenciação entre visão e percepção, em que não tem uma separação, mas uma forma de complementação. A visão relaciona-se ao ato de ver, já a percepção refere-se, de forma geral, as relações e interpretações de uma imagem subjetiva. Ressaltando que a nossa atenção pode ter diferentes formas; “dirigir-se ao todo (observar); aos detalhes (características e atributos); ao reconhecimento de relações (parte-parte; parte-todo); interpretar as propriedades (generalização) e deduzir a partir de definições (raciocinar sobre propriedades)” (VALE, 2009, p. 46).

REPRESENTAÇÃO

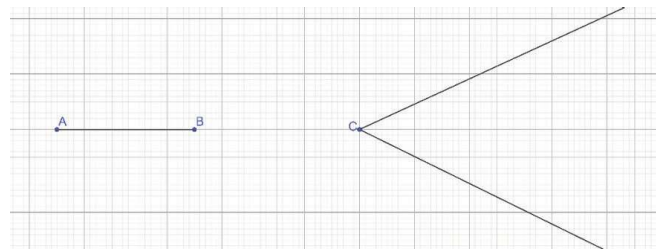
Especificamos a visão e a percepção, mas o que fazemos quando o objeto não está acessível aos olhos e por conseguinte a percepção, como os objetos reais e físicos? Muitos dos objetos em matemática não estão acessíveis a visão e a percepção, para isso precisamos representá-los. Uma escrita, uma notação, um símbolo, um segmento de reta, um ponto, um círculo representam

um objeto matemático (DUVAL, 2012).

Para que uma representação funcione realmente como tal, é necessário que ela dê acesso ao objeto representado. Para que não ocorra a confusão entre o objeto e sua representação, Duval (2012) sugere o uso de múltiplas formas de registros de representações (figuras, gráficos, língua natural...), “o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações” (p. 270). Segundo os ensinamentos de Descartes, “o que” percebemos não são diretamente as coisas, mas as representações que temos delas em nossa mente. Uma representação pode ser um pensamento ou uma ideia. Em resumo, pode ser um conteúdo mental através do qual alguma coisa se apresenta à nossa consciência. (SAES, 2010, p. 16).

Um exemplo que podemos utilizar é o conceito de ponto. Segundo Euclides, “ponto é aquilo de que nada é parte” (BICUDO, 2009 p. 97), mas o que seria então o ponto que desenhamos para delimitar um segmento de reta? Ou o ponto que utilizamos para demarcar o encontro de duas semirretas no plano? Seria a representação de um ponto, e não o objeto matemático ponto (figura 5).

Figura 5 - Representação de “ponto” (Fonte: Autoras).



Existem diferenciações entre as representações mentais e representações semióticas. A primeira, “recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado (DUVAL, 2012 p. 269). Já as representações semióticas empregam o uso de signos pertencentes a um sistema de representação. Entre essas distinções, um equívoco é considerar a representação semiótica como exteriorização da representação mental, pois a primeira não é apenas uma forma de comunicar ou tornar visível a segunda, “elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva de pensamento” (DUVAL, 2012 p. 269).

Em matemática, um mesmo objeto matemático pode ter diferentes representações, que variam de acordo com sua necessidade e uso. Desta forma, há uma grande variedade de representações utilizadas, Duval (2003) menciona que além dos sistemas de numeração, existem as figuras geométricas, escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural, conforme descreve o quadro 1.

Quadro 1 - Classificação dos registros de representação

	<i>REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA</i>	<i>REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA</i>
<i>Registros Multifuncionais: os tratamentos não são algoritmizáveis</i>	<p><i>Língua Natural</i> Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar:</p> <ul style="list-style-type: none"> • argumentação a partir de observações, crenças...; • dedução válida a partir de definição ou de teoremas. 	<p><i>Figuras geométricas</i> planas ou em perspectivas (configuração em dimensão 0, 1, 2 ou 3).</p> <ul style="list-style-type: none"> • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos.
<i>Registros Monofuncionais: os tratamentos são principalmente algoritmos.</i>	<p><i>Sistemas de Escritas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • numéricas (binária, decimal, fracionária...); • algébricas • simbólicas (línguas formais) Cálculo, 	<p><i>Gráficos cartesianos</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • mudanças de sistema de coordenadas; • interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2003, p. 14).

Pensando na representação como atividade cognitiva do pensamento, um sistema semiótico, para que possa ser um registro de representação, deve se estabelecer em torno de três atividades cognitivas fundamentais: a formação de uma representação identificável, o tratamento de uma representação e a conversão de uma representação.

A formação de uma representação identificável trata de uma descrição de um esquema, de uma figura, expressão de uma fórmula ou enunciação de uma frase. Essa descrição deve respeitar algumas regras a fim de assegurar as condições de identificação e de reconhecimento da representação, bem como a possibilidade de sua utilização para tratamento (DUVAL 2012).

Os tratamentos são transformações de representações dentro do registro onde elas são formadas. Por exemplo, encontrar uma fração equivalente a outra, trata-se de uma transformação, pois mantêm-se no mesmo registro de representação. Equações e sistema de equações, também se preserva o registro.

A conversão de uma representação consiste em mudar de registro, pre-

servando os mesmos objetos. Por exemplo, se utilizarmos no trabalho com frações equivalentes sua representação figural, estamos fazendo a conversão do registro. “A ilustração é a conversão de uma representação linguística em uma representação figural. A descrição é uma conversão de uma representação não verbal em uma função linguística” (DUVAL, 2012, p. 272).

Diante o exposto, podemos perceber que a representação envolve atividades cognitivas profundas, seja ela produzida intencionalmente ou casualmente, requer de uma estruturação para sua formação, tratamento e conversão. Desta forma, a representação vai além da visão e da percepção, pois ela se faz presente justamente quando as duas últimas não estão mais ao alcance.

VISUALIZAÇÃO

O sentido da palavra “visualização” é amplamente discutido em diversas áreas do saber, como psicologia, filosofia, matemática, educação matemática, entre outras. Algumas pesquisas procuram delinear as vantagens do uso da visualização no processo de ensino e aprendizagem (Guzmán, Cunningham, Zimmermann), outras apresentam a relutância de visualizar em matemática (Eisenberg, Dreyfus), e também há pesquisas que apresentam diferentes tipos de visualização (Guzmán). Mas para orientar o leitor sobre o conceito de visualização, apresentamos a seguir algumas discussões sobre o tema.

Buratto (2012) apresenta em sua tese: *Historicidade e Visualidade: Proposta Para Uma Nova Narrativa na Educação Matemática*, um quadro em podemos perceber as diferentes abordagens sobre o conceito de visualização. A autora realiza uma seleção em que se articula a matemática, educação matemática, psicologia, abrindo um leque de informações que relacionam a percepção, imagens visuais, imagens mentais e imaginação, apresentadas no quadro 2.

Quadro 2 – Algumas compreensões sobre a visualização

Como os pesquisadores definem o conceito de visualização		
Autores	Ano - página	Definição
Presmeg	1986, p. 297	Visualização: “uma imagem visual é definida como um esquema mental representando informações reais ou espaciais.”

Bishop	1989, p. 8	“Visualização aparece na literatura com as ideias de imaginação, habilidade espacial, diagramas e intuição, com ideias úteis para a Educação Matemática e que, embora seja considerada um conceito complexo, é necessário ser compreendida”. (tradução livre)
Dreyfus ⁹ <i>apud</i> Costa	2000, p. 169	“Visualização do ponto de vista da educação matemática inclui duas direções: a interpretação e compreensão de modelos visuais e a capacidade de traduzir em informação de imagens visuais o que é dado de forma simbólica”.
Cunningham	1991, p. 67	“Visualização científica é comumente corrente para o uso da tecnologia gráfica do computador de apoio à investigação nas ciências”.
Zimmermann e Cunningham	1991, p. 3	“Visualização matemática é o processo de formação de imagens (mentais, ou com lápis e papel, ou com o auxílio de tecnologias) usando essas imagens de forma eficaz para a descoberta e compreensão da matemática”.
Senechal ¹⁰ <i>apud</i> Costa	2000, p. 170	“Visualização significa em linguagem usual ‘percepção espacial’ e assim é a reconstrução mental da representação de objetos a 3 dimensões.”
Mariotti <i>apud</i> Costa	2000, p. 170	“Visualização consiste em trazer à mente imagens de coisas visíveis”.
Solano e Presmeg	1995, p. 67	“Visualização é a relação entre imagens”.
Guzmán	1996, p. 13	“Visualização em matemática constitui um aspecto importante da atividade matemática onde se atua sobre possíveis representações concretas enquanto se descobrem as relações abstratas que interessam ao matemático”.
Gutiérrez	1996, p. 19	Visualização na matemática é “um tipo de atividade de raciocínio baseada no uso de elementos visuais ou espaciais, seja mental ou físico, realizado para resolver problemas, ou provar propriedades”.
Nemirowsky e Noble	1997, p. 101	“Visualização é um ato que não se restringe somente aos aspectos mentais ou aos aspectos externos, mas um meio de estabelecer conexões entre esses dois meios.” (tradução nossa)
Arcavi	1999, p. 26	“Visualização é a capacidade, o processo e o produto da criação, interpretação, uso e reflexão sobre fotos, imagens, diagramas, em nossas mentes, em papel ou com ferramentas tecnológicas, com o objetivo de descrever a comunicação de informações, de pensar e de desenvolver ideias anteriormente desconhecidas e entendimentos avançados”. (tradução nossa)
Duval	1999, p. 9	“Visualização refere-se a uma atividade cognitiva que é intrinsecamente semiótica e o uso da visualização na matemática requer um treino específico, para ver em cada registro de representação.” (tradução nossa)

Passos	2000, p. 80	“Visualização é a habilidade de pensar, em termos de imagens mentais (representação mental de um objeto ou de uma expressão), naquilo que não está ante os olhos, no momento da ação do sujeito sobre o objeto”.
Cifuentes	2005, p. 71	“Visualizar é ser capaz de formular imagens e está no início de todo o processo de abstração”.
Van Garderen	2006, p. 496	“Visualização é a capacidade de manipular mentalmente, girar ou torcer, ou inverter um objeto pictoricamente estímulo apresentado”. (tradução nossa)
Leivas	2009, p. 111	“Visualização é um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos.”
Flores	2010, p. 274	“Visualização matemática é entendida como uma expressão do pensamento, uma forma de olhar e de pensar”.

Fonte: Buratto, 2012.

Podemos perceber, diante do exposto acima, a diferenciação que se estabelece entre visão e visualização. Para Guzmán (2002), a visualização é muito mais complexa que os processos ópticos de nossos olhos, ou seja, mais complexo que a visão. De forma semelhante, Duval aponta que a visão não deve ser confundida com a visualização, pois a visualização torna visível tudo que não acessível a visão. E complementando, Borwein e Jorgenson (2002) apontam que a visualização precisa oferecer mais do que apenas a imagem estática, ela também deve orientar, definir e relacionar as informações apresentadas. Visualização não é, portanto, uma visão imediata das relações, mas sim uma interpretação do que é apresentado à nossa contemplação que só podemos fazer quando aprendemos a ler apropriadamente o tipo de comunicação que nos oferece (GUZMÁN, 2002, p. 4).

Guzmán (2002) classifica quatro tipos de visualização: a isomórfica, homeomórfica, analógica e diagramática. A primeira consiste na correspondência exata do objeto com sua representação, desta maneira a manipulação visual dos objetos pode ser transformada em relações matemáticas.

A homeomórfica corresponde a uma visualização que traz alguns elementos que imitam de forma considerável as relações entre os objetos abstratos, orientando a intuição e a imaginação. Por sua vez é um processo pessoal e subjetivo, o que torna difícil sua transmissão e em muitos casos é utilizada como uma “ferramenta” de raciocínio, não sendo considerada elemento de pro-

va ou demonstração.

A visualização analógica, refere-se a substituição mental de objetos com os quais estamos trabalhando por outros que se relacionam de forma análoga, cujo comportamento é melhor conhecido e/ou mais fácil de manusear, pois já foi explorado. Essa visualização analógica, permite fazer relações que ligam novos domínios a conhecimentos já concretizados. Por exemplo, na questão da matemática, para resolver determinado problemas nos fundamentamos em exemplos simples para poder concluir outros mais complexos. Nesse sentido, utilizamos a analogia para predizer o próximo passo, através de exemplos podemos compreender o caminho a ser seguido.

E por último, a visualização diagramática, condiz a representação por diagramas dos os objetos e suas relações, no intuito de auxiliar no processo do pensamento. Por exemplo, os esquemas utilizados em análise combinatória ou em probabilidade.

Podemos observar a visualização sendo utilizada apenas como uma ferramenta, ou uma simples ilustração de uma demonstração lógica, quando em sua natureza é ela que concretiza o conceito. Consideramos assim a visualização como uma forma de pensamento, de raciocínio, de concretizar o abstrato e, principalmente, uma forma de fazer matemática, alimentando a intuição e a imaginação.

Como na visualização não existe uma forma, ou um padrão de como visualizar, seu processo fica sujeito a subjetividade de quem visualiza, mas isso não deve se um obstáculo. De acordo com Guzmán (2002), devemos dar atenção especial aos diferentes tipos de visualização e a sua utilizada no ensino e aprendizagem de matemática. Devemos apreciar o valor da visualização não apenas em nosso uso frequente, mas também em nossa avaliação dos usos que nossos alunos e outras pessoas fazem dela, além das diferentes habilidades que a visualização envolve, (GUZMÁN 2002).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a realização da presente pesquisa, a pretensão não foi em dissociar a visão, percepção, representação e visualização, mas mostrar, dentre as suas especificidades, como elas se complementam. Dessa maneira, para compreender um pouco sobre a visualização e suas possibilidades, fez-se importante

apresentar os elementos que estão a ela entrelaçados.

A visão nos trouxe a ideia do que é imediato aos olhos, mas que requer uma contida interpretação. A percepção é o meio que possibilita a apreensão mais global do objeto, proporcionando seu reconhecimento e organização. Já a representação envolve dar acesso ao objeto matemático que não está ao alcance da visão e percepção. E a visualização, que engloba os conceitos anteriores ao ponto que a visão pode ser uma propulsora da visualização por analogias, a percepção que tende a contribuir para a experiência matemática e a representação que pode constituir um caminho para se visualizar com os olhos da mente.

Importante ressaltar que as considerações sobre a visão, percepção e representação são sintéticas, em que apenas elucidamos os pontos principais a fim de refletir sobre as especificações, semelhanças e desenvolvimento em torno ao processo de visualização. E, como anunciamos anteriormente, a visualização é tida por nós como uma forma de pensamento, e ousamos em dizer uma forma de experiência matemática, em que experiência é experienciar. Nada mais belo e legítimo do que viver a matemática, estudá-la não pelo seu exterior, mas interior, analisando suas transformações, movimento e criações.

REFERÊNCIAS

BACHELARD, Gaston. A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BARBOSA, Ruy Madsen. Descobrimos a geometria fractal para a sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

BLANCO, Teresa Fernández. Atendiendo habilidades de visualización en la Enseñanza de la geometría. IX Festival Internacional de Matemática (pp. 21- 33). Quepos, Punteranas, Costa Rica: Universidad de Santiago de Compostela, 2014. Disponível em <<http://revistas.tec.ac.cr/index.php/memorias/article/view/2505/2293>> Acesso em 30 março 2019.

BOALER, Jo. Mentalidades Matemáticas: Estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Instituto Sidarta. Porto Alegre: Penso, 2018.

BORWEIN, Peter; JÖRGENSON, Loki. Visible Structures in Number Theory The American Mathematical Monthly, vol. 108, no. 5, pp. 897-910, 2002.

BURATTO, Ivone Catarina. Historicidade e Visualidade: Proposta para uma nova

narrativa na Educação Matemática. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

CIFUENTES, José Carlos. Dos Conteúdos de Ensino à Dinâmica do Conhecimento: uma aventura pedagógica na 'Floresta Matemática'. REVEMAT, v. 11, p. 46-65, 2016.

DUVAL, Raymond. Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning." In Proceedings of the 21st North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Morelos, Mexico, 3-26. 1999. Disponível em: <<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED466379.pdf>>. Acesso em: 08 abril 2019.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Organização de Sílvia Dias Alcântara Machado, p.11- 33. Campinas, São Paulo: Papyrus, 2003.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

EUCLIDES. Os Elementos. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: Ed. UNESP, 2009.

GUSMÃO, Lucimar Donizete. A elaboração de uma epistemologia da imaginação e da intuição no campo da matemática e implicações para a educação matemática: diálogos com Henri Poincaré e Gaston Bachelard. Tese (Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

GUZMÁN, Miguel. The role of visualization in the teaching and learning of mathematical analysis. In: Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics (at the Undergraduate Level) (2nd, Hersonissos, Crete, Greece, 25p. July 1-6, 2002. <<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED472047.pdf>> Acesso em 11 fevereiro 2019.

SAES Sílvia Faustino de Assis. Percepção e Imaginação. 01. ed. São Paulo: Martins Fontes, v. 01. 75p, 2010.

VALE, Isabel. Das tarefas com padrões visuais à generalização. XX SIEM. Em J. Fernandes, H. Martinho & F. Viseu (Org.). Actas do Seminário de Investigação Matemática, pp. 35-63. VC: APM, 2009.

VALE, Isabel. A criatividade nas (re)soluções visuais de problemas. Educação e Matemática, n. 135, p. 9 – 15, 2015.